

Учебник: Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. В 2 частях (учебник и задачник). Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). М.: «Мнемозина».

Учитель Щербакова Виктория Борисовна

Задачи и упражнения см. в задачнике.

Числовые функции

Тригонометрические функции

Числовая окружность

Числовая окружность на координатной плоскости

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} - 1, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x + 1, & \text{если } x \geq 2? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках 0, 1, 3, -1;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = -\frac{1}{x^5} + 4x^3$ на чётность.

3. На числовой окружности взяты точки $M\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите все числа t , которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге MN . Сделайте чертеж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = [1; +\infty)$.

5. Найдите функцию, обратную функции $y = 2 - x^2$, $x \geq 0$. Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

6. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на \mathbf{R} . Решите неравенство $f(|2x + 7|) > f(|x - 3|)$.

Синус и косинус. Тангенс и котангенс.
Тригонометрические функции числового аргумента
Тригонометрические функции углового аргумента
Формулы приведения

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{5\pi}{4}$;

б) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$;

в) $\cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \cos \frac{3\pi}{4} + \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6}$;

д) $\sin 510^\circ - \sin 270^\circ \operatorname{ctg} 270^\circ$.

2. Упростите выражение $\cos^2 t - \frac{\sin^2 t}{\operatorname{tg}(-t) \operatorname{ctg} t}$.

3. Решите уравнение:

а) $\sin t = \frac{1}{2}$;

б) $\sin \left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Известно, что $\operatorname{ctg}(t - \pi) = -\frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Найдите:

а) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} - t\right)$;

б) $\cos(\pi + t)$.

5. Расположите в порядке возрастания следующие числа:
 $a = \cos 6$; $b = \cos 7$; $c = \sin 6$; $d = \sin 4$.

Функция $y = \sin x$, её свойства и график
Функция $y = \cos x$, её свойства и график
Периодичность функций $y = \sin x$, $y = \cos x$
Преобразования графиков тригонометрических функций
Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ точка:

а) $M(0; -\sqrt{3})$;

б) $P\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

2. Исследуйте функцию на четность:

а) $y = x^2 \sin 3x$;

б) $y = |\operatorname{ctg} x| + \cos x$;

в) $y = \frac{x^6}{2} - \sin x$.

3. Исследуйте функцию $y = |\operatorname{ctg} x| + \cos x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $-\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б):

а) $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 1$;

б) $y = 2 \sin \frac{1}{2} x$.

6. При каком значении параметра a неравенство

$$a - x^2 \geq |\sin x|$$

имеет единственное решение? Найдите это решение.

Тригонометрические уравнения

Аркосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Арсинус и решение уравнения $\sin t = a$

Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнения $\operatorname{tg} t = a$, $\operatorname{ctg} t = a$

Тригонометрические уравнения

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $2 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

б) $\operatorname{ctg} \left(\arccos \frac{1}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $3 \sin^2 x + 7 \cos x - 3 = 0$;

б) $\sin^2 x - \cos x \sin x = 0$.

3. Найдите корни уравнения $\sin \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{2}$, принадлежащие полуинтервалу $\left(0; \frac{3\pi}{2} \right]$.

4. Решите уравнение $\sin \left(\pi + \frac{3}{4}x \right) - \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{3}{4}x \right) = 0$.

5. Решите уравнение $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 0$.

Преобразование тригонометрических выражений

Синус и косинус суммы и разности аргументов.

Тангенс суммы и разности аргументов.

Формулы двойного аргумента.

Формулы понижения степени

Преобразования сумм тригонометрических функций в произведения

Преобразования произведений тригонометрических функций в сумму

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin 15^\circ$;

б) $\cos 88^\circ \cos 2^\circ - \sin 88^\circ \sin 2^\circ$;

в) $\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \cos 50^\circ \sin 5^\circ$.

2. Упростите выражение $\frac{\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$.

3. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg} 4x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$.

4. Найдите корни уравнения $2 \sin x + \sin 2x = \cos x + 1$, принадлежащие полуинтервалу $\left[-\frac{2\pi}{3}; \pi\right)$.

5. Решите уравнение $\sin 3x + \sin 5x + 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1$.

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(8 - x) \cos x < \sin(8 - x) \sin x$.

Производная

Числовые последовательности.

Предел числовой последовательности

Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Предел функции

Определение производной.

Вычисление производных.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 1

1. Вычислите 1, 5 и 100-й члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{3+n}$.

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 1,(18) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции:

а) $y = 5x^4 - 2x^3 + \frac{3}{5x} - 7$;

б) $y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2} \sin x - 3 \operatorname{tg} x$;

в) $y = \sqrt{x}(5x - 3)$;

г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -3 \sin 2x + 5 \cos 3x - 7$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

5. Докажите, что функция $y = (2x + 3)^9$ удовлетворяет соотношению $3y = (2x + 3)^5 \cdot \sqrt{\frac{y'}{2}}$.

6. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой каждый член в 6 раз больше суммы всех ее последующих членов.

Уравнение касательной к графику функции
Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы
Построение графиков функций

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right)$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$.
2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^4 + x^2 - 2$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

3. Исследуйте функцию $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на монотонность и экстремумы и постройте ее график.

4. Найдите значение параметра a , при котором касательная к графику функции $y = a(1 + \sin 2x)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ параллельна биссектрисе первой координатной четверти.

Применение производной для отыскания наибольших и наименьших величин.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

Вариант 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:
 - а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 10$ на отрезке $[0; 1]$;
 - б) $y = \cos x - \sqrt{3} \sin x$ на отрезке $[-\pi; 0]$.
2. Найдите диагональ прямоугольника наибольшей площади, вписанного в прямоугольный треугольник с катетами 18 см и 24 см и имеющего с ним общий прямой угол.

3. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} x^3 - 3x, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 < x < \pi \end{cases}$ на монотонность и экстремумы.

4. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{1}{3}x^3 - x - 1 = a$ имеет три корня?